Pfadregeln
Übung

1. Eine ideale Münze wird zweimal hintereinander geworfen. Geben Sie hierfür ein Baumdiagramm an und entnehmen Sie diesem eine zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung. •∘∘

2. In einer Urne befinden sich drei gelbe und sieben blaue Kugeln Es werden drei Kugeln aus der Urne gezogen, wobei nach jedem Zug die Kugel wieder in die Urne zurückgelegt wird („Ziehen mit Zurücklegen“). •∘∘

   a) Zeichnen Sie ein zugehöriges Baumdiagramm.
   b) Geben Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung dieses Zufallsexperiments in Tabellenform an.
   c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass verschiedenfarbige Kugeln gezogen werden.

3. In einer Lostrommel befinden sich 50 Lose, zehn davon sind Gewinne und der Rest Nieten. Es werden nacheinander drei Lose gezogen. ••∘

   a) Erstellen Sie ein passendes Baumdiagramm.
   b) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für das dreimalige Ziehen aus der Trommel an.
   c) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
      E_1: „Drei Nieten werden gezogen“
      E_2: „Höchstens eine Niete“
      E_3: „Mindestens ein Gewinn“
      E_4: „Das dritte Los ist ein Gewinn“

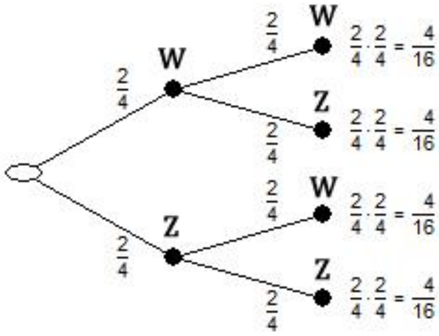
4. Ein Spielautomat besitzt drei Scheiben, die bei einem Spiel in Drehung versetzt werden. Diese drei Scheiben sind in jeweils zwölf gleich große Sektoren unterteilt. Die ersten beiden Scheiben besitzen fünf weiße und sieben schwarze Sektoren, die dritte Scheibe nur drei weiße, dafür aber neun schwarze Sektoren. Alle drei Scheiben werden in seinem Spiel gedreht und kommen nach einer gewissen Zeit zum Stehen. In einem Fenster erscheint dann von jeder Scheibe ein bestimmter Sektor. ••∘

   a) Geben Sie ein Baumdiagramm für ein Spiel mit diesem Automaten an.
   b) Ermitteln Sie die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung der Elementarereignisse.
   c) Einen Gewinn erhält man, wenn im Fenster mindestens zwei weiße Sektoren erscheinen. Berechnen Sie dafür die Wahrscheinlichkeit.
   d) Von jeder Scheibe ist einer der weißen Sektoren besonders gekennzeichnet. Den Hauptgewinn erzielt man, wenn das Fenster genau diese drei Sektoren zeigt. Wie wahrscheinlich ist hier der Hauptgewinn?

5. Beim "Mensch-ärgere-dich-nicht“-Spiel hat man anfänglich drei Versuche, um eine Sechs zu Würfeln. Wie wahrscheinlich ist dies? ••∘

Lösung: Die Pfadregeln

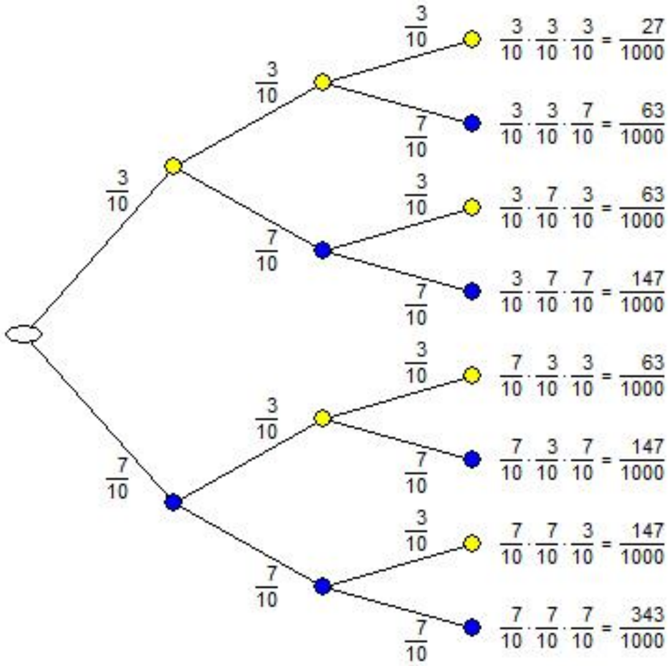
1. $\Omega = \{WW; WZ; ZW; ZZ\}$



ω	WW	WZ	ZW	ZZ
P(ω)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

2.

a)



b) Die Wahrscheinlichkeiten können dem obigen Baum direkt entnommen werden:

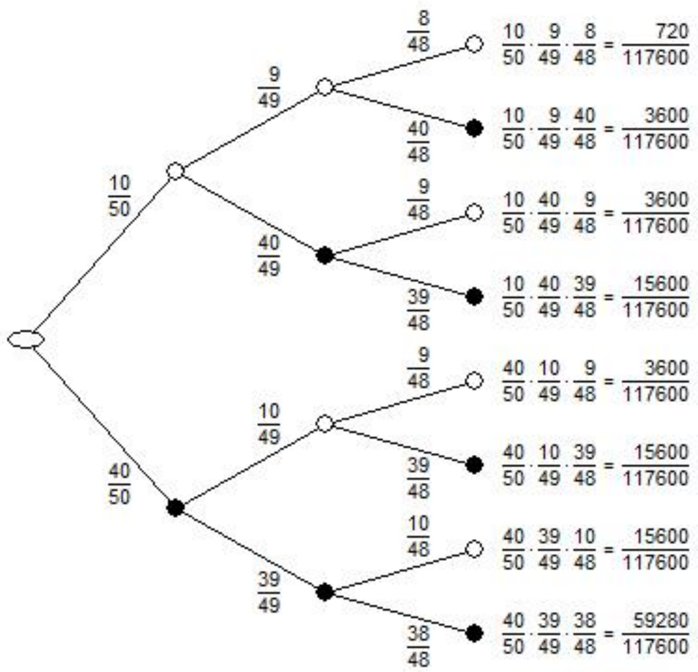
ω	ggg	ggb	gbg	gbb	bgg	bgb	bbg	bbb
P(ω)	0,027	0,063	0,063	0,147	0,063	0,147	0,147	0,343

c) P("verschiedenfarbige Kugeln")
$= P(ggb) + P(gbg) + P(gbb) + P(bgg) + P(bgb) + P(bbg)$
$= 0{,}063 + 0{,}063 + 0{,}147 + 0{,}063 + 0{,}147 + 0{,}147 = 0{,}630$

3. G: „Gewinn“, N: „Niete“

Hinweis: Die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Zweige sind verschieden bei jedem Zug, weil die Lose nicht wieder in die Trommel gelegt werden („Ziehen ohne Zurücklegen“).

a)



b)

ω	GGG	GGN	GNG	GNN	NGG	NGN	NNG	NNN
P(ω)	$\frac{72}{11760}$	$\frac{360}{11760}$	$\frac{360}{11760}$	$\frac{1560}{11760}$	$\frac{360}{11760}$	$\frac{1560}{11760}$	$\frac{1560}{11760}$	$\frac{5928}{11760}$

c) $P(E_1) = P(NNN) = \frac{5928}{11760} \approx 50{,}4\%$

$P(E_2) = P(GGG) + P(GGN) + P(GNG) + P(NGG)$

$= \frac{72}{11760} + \frac{360}{11760} + \frac{360}{11760} + \frac{360}{11760} = \frac{66}{273} \approx 9{,}8\%$

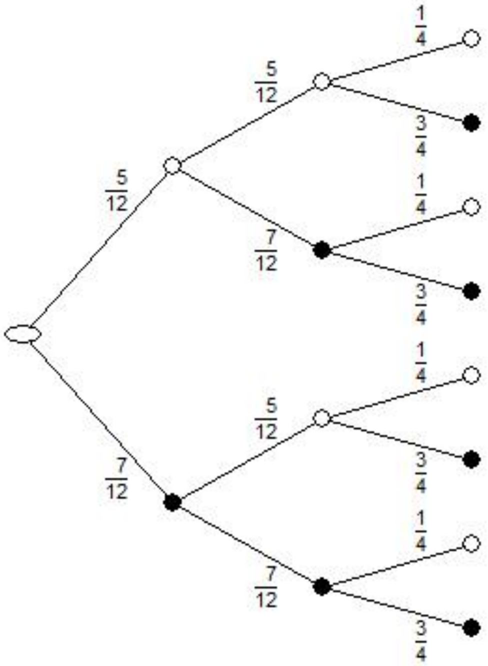
$P(E_3) = 1 - P(NNN) = \frac{5832}{11760} \approx 49{,}6\%$

$P(E_4) = P(GGG) + P(GNG) + P(NGG) + P(NNG)$

$= \frac{72}{11760} + \frac{360}{11760} + \frac{360}{11760} + \frac{1560}{11760} = \frac{2352}{11760} = 20\%$

4.

a)



b)

ω	www	wws	wsw	wss	sww	sws	ssw	sss
P(ω)	$\frac{25}{576}$	$\frac{75}{576}$	$\frac{35}{576}$	$\frac{105}{576}$	$\frac{35}{576}$	$\frac{105}{576}$	$\frac{49}{576}$	$\frac{147}{576}$

c) $P(\text{"Gewinn"}) = P(www) + P(wws) + P(wsw) + P(sww)$
$= \frac{25}{576} + \frac{75}{576} + \frac{35}{576} + \frac{35}{576} = \frac{170}{576} \approx 29{,}5\%$

d) $P(\text{"Hauptgewinn"}) = \left(\frac{1}{12}\right)^3 \approx 0{,}058\%$

5. $P(\text{"mindestens eine 6"}) = 1 - P(\text{"keine 6"}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{91}{216} \approx 42{,}13\%$